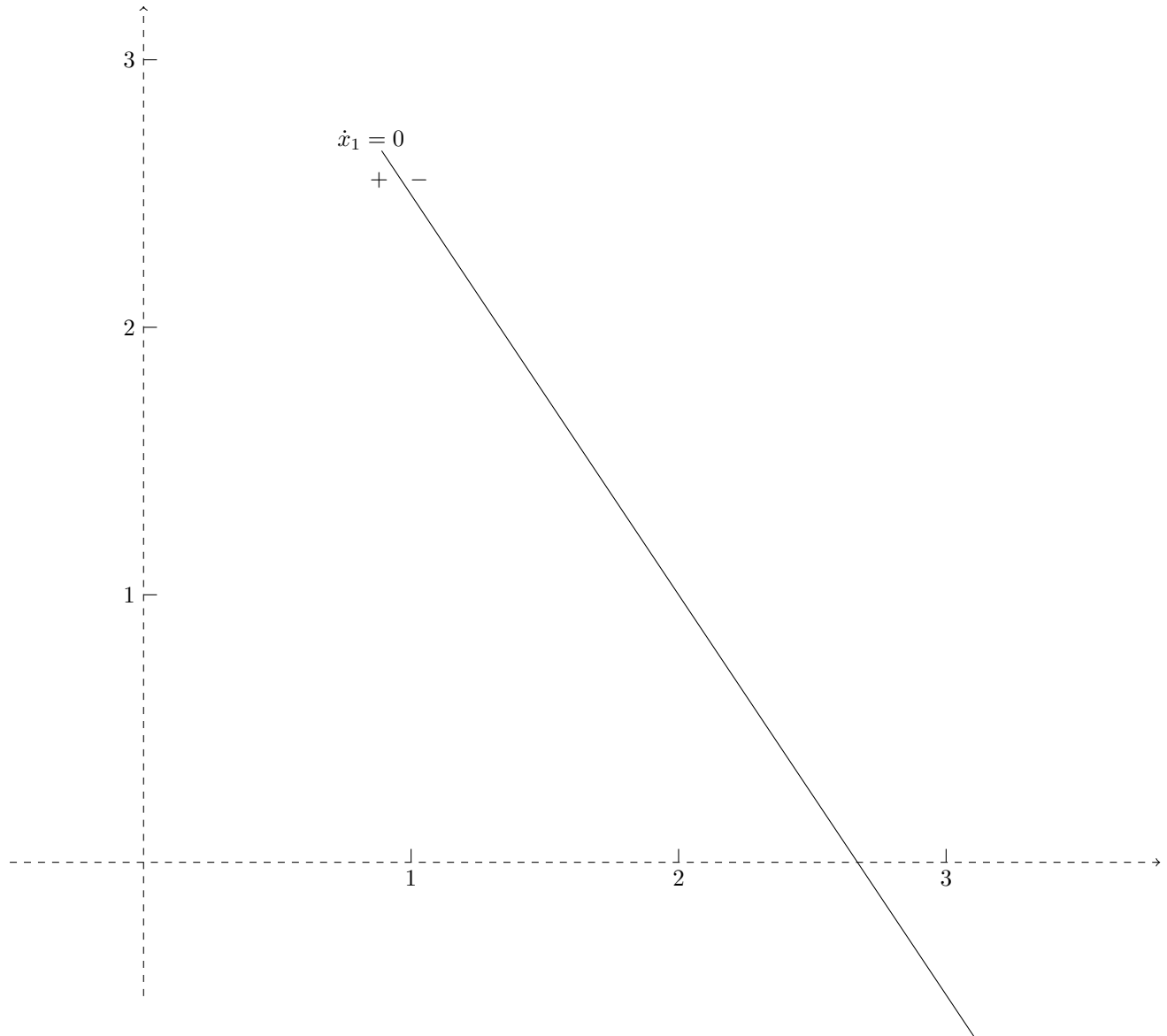


Un ejemplo de diagrama de fase

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix},$$

Primera línea de fase

$$\dot{x}_1 = -3x_1 - 2x_2 + 8 = 0$$



A un lado de la línea de fase, $\dot{x}_1 > 0$, al otro lado $\dot{x}_1 < 0$. Para saber qué lado es, se puede tomar un punto que no esté sobre la línea y se evalúa \dot{x}_1 . Por ejemplo, en $(0, 0)$, $\dot{x}_1 = 8$. Luego del lado donde está el punto $(0, 0)$, \dot{x}_1 será positiva y del otro lado será negativa.

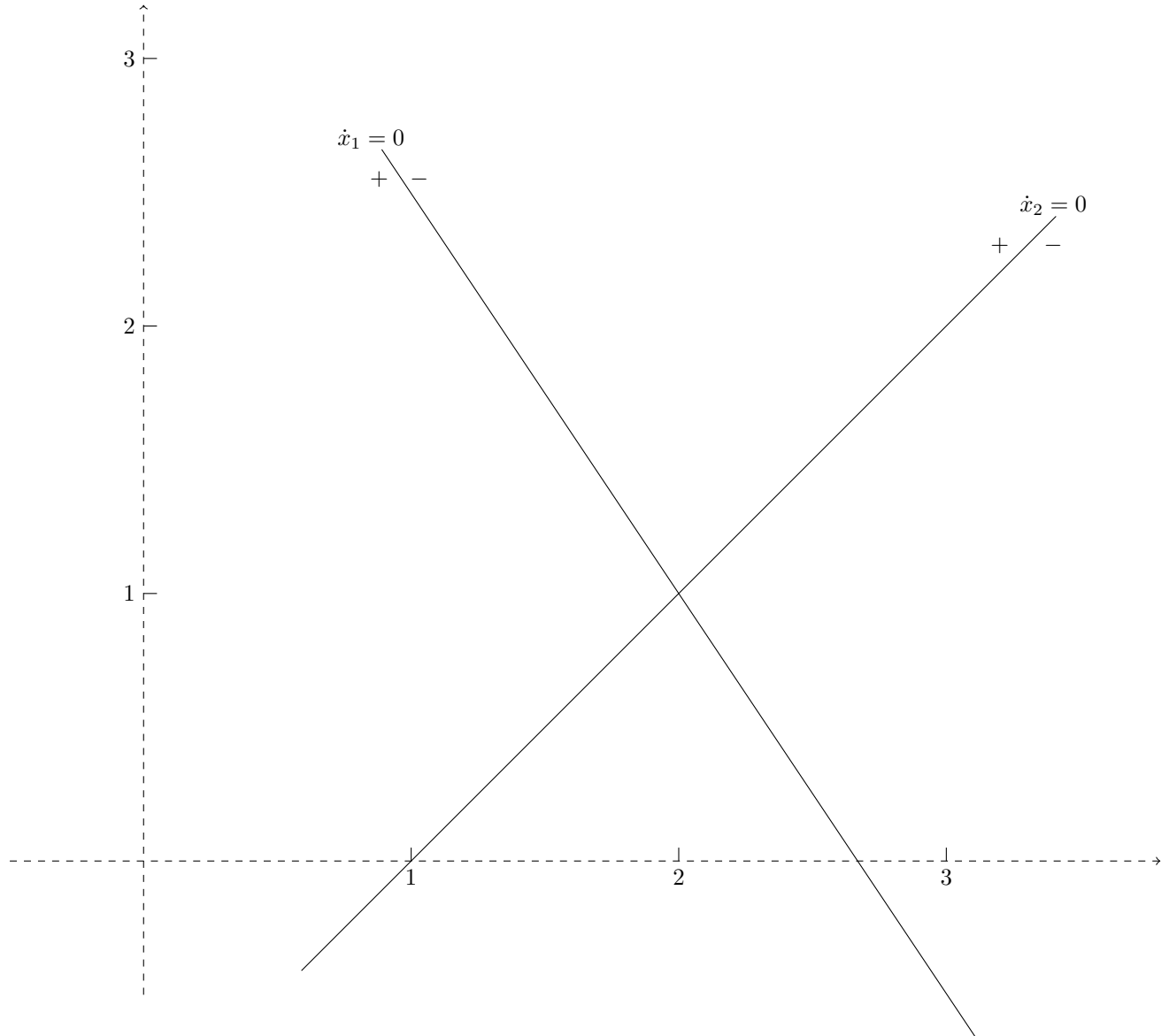
Como la línea de fase es una línea recta, también se puede mirar el coeficiente de x_1 en la ecuación de \dot{x}_1 . En este ejemplo el coeficiente es -4 . Luego \dot{x}_1 será positiva en el sentido contrario al sentido positivo de x_1 .

Segunda línea de fase

$$\dot{x}_2 = -4x_1 + 4x_2 + 4 = 0$$

Punto de equilibrio, $\dot{x} = 0$, punto de corte de las dos líneas de fase.

$$x^* = (2, 1)$$



En $(0, 0)$, $\dot{x}_2 = 4 > 0$. Esto permite determinar los signos para \dot{x}_2 .

También, el coeficiente de x_2 en \dot{x}_2 es 4. Luego \dot{x}_2 será positiva en el mismo sentido del sentido positivo de x_2 .

Dirección de las trayectorias

En la región donde $\dot{x}_1 > 0$ y $\dot{x}_2 > 0$, la trayectoria irá aproximadamente en la dirección NE, noreste. ↗

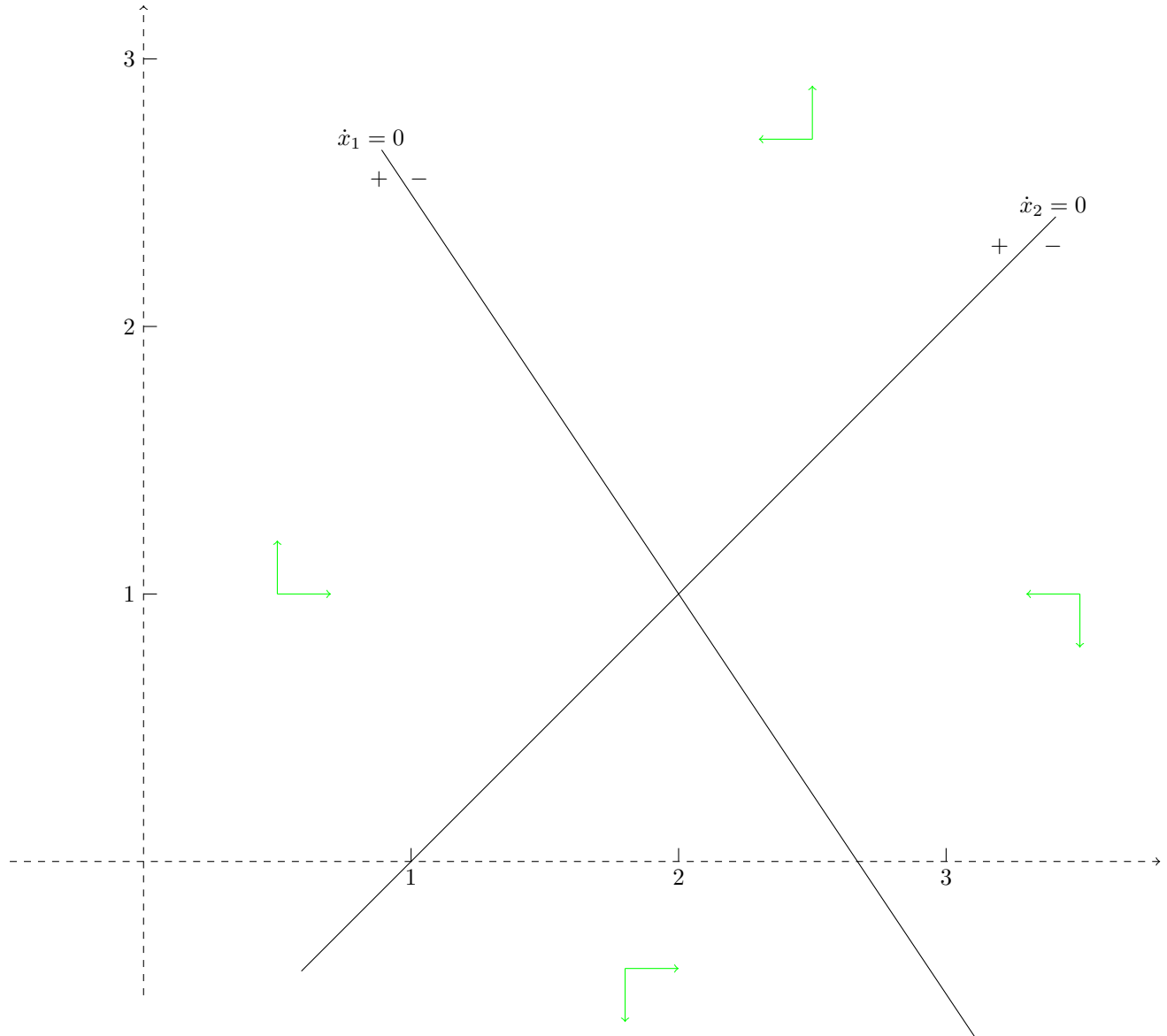
En la región donde $\dot{x}_1 < 0$ y $\dot{x}_2 > 0$, la trayectoria irá aproximadamente en la dirección NO, noroeste. ↖

En la región donde $\dot{x}_1 < 0$ y $\dot{x}_2 < 0$, la trayectoria irá aproximadamente en la dirección SO, suroeste. ↙

En la región donde $\dot{x}_1 > 0$ y $\dot{x}_2 < 0$, la trayectoria irá aproximadamente en la dirección SE, sureste. ↘

Tangente **vertical** a la trayectoria en el corte con la línea de fase $\dot{x}_1 = 0$.

Tangente **horizontal** a la trayectoria en el corte con la línea de fase $\dot{x}_2 = 0$.



Como el sistema de ecuaciones diferenciales es lineal con coeficientes constantes: valores propios:

$$\lambda_1 = -4, \quad \lambda_2 = 5$$

Vectores propios

$$v^1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v^2 = \begin{bmatrix} -1/4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La recta R_1 pasa por $x^* = (2, 1)$ y es paralela a $v^1 = (2, 1)$. La recta R_2 pasa por $x^* = (2, 1)$ y es paralela a $v^2 = (-1/4, 1)$.

